

Προχωρημένα Θέματα Διοικητικής Επιστήμης και Τεχνολογίας (ΠΘΔΕΤ)

Emmanouil Zachariadis, Assistant Professor

Department of Management Science and Technology, Athens University of Economics and Business

E: ezach@aueb.gr

A: Evelpidon 47A and Lefkados 33 street, 8th floor, Room 811, 11362, Athens, Greece

T: +30-210-8203 467

Περιεχόμενα

- Εισαγωγή στην έννοια της Διοικητικής Επιστήμης
- Βασικά προβλήματα της Διοικητικής Επιστήμης και απλές μεθοδολογίες επίλυσης
 - Προβλήματα Διάταξης
 - Προβλήματα Αντιστοίχισης
 - Προβλήματα Επιλογής
- Μεθοδολογίες Τοπικής Έρευνας
 - Βασικό Σχήμα Τοπικής Έρευνας
 - Αλγόριθμοι Μεταβλητής Γειτονιάς
 - Απαγορευμένη Έρευνα
 - Καθοδηγούμενη Έρευνα
- Μεθοδολογίες Κατηγοριοποίησης (Classification)
- Μεθοδολογίες Συσταδοποίησης (Clustering)

Βαθμολογία

- Τελικό Διαγώνισμα: Δ
- Ομαδική Εργασία (Python): E
- Τελικός Βαθμός: $B = 0.7 \Delta + 0.3 E$

ΣΚΟΠΟΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

- Σκοπός του μαθήματος είναι η εκπαίδευση των στελεχών στο σχεδιασμό υπολογιστικών μεθόδων για την αντιμετώπιση των σαφώς ορισμένων (well-defined) προβλημάτων της διοικητικής των επιχειρήσεων
- Οι υπολογιστικές μέθοδοι μπορούν να επιλύουν μεγάλο εύρος προβλημάτων της διοικητικής των επιχειρήσεων
- Ιδιαίτερη έμφαση θα δοθεί στην εξέταση θεμάτων που αφορούν στο σχεδιασμό, στο προγραμματισμό, στον έλεγχο και στην οργάνωση των δραστηριοτήτων/εργασιών που πρέπει να εκτελεστούν καθώς και των πόρων (ανθρώπινων και υλικών) που πρέπει να αξιοποιηθούν για την παροχή υψηλής ποιότητας υπηρεσιών προς τον πελάτη ή/και την επίτευξη ελαχιστοποίησης του κόστους ή/και την μεγιστοποίηση του κέρδους μιας επιχείρησης ή ενός οργανισμού
- Δεδομένα = Δυνατότητα ορισμού σαφών προβλημάτων βελτιστοποίησης
- Υπολογιστικές Μέθοδοι = Αντιμετώπιση των προβλημάτων

ΣΚΟΠΟΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Με άλλα λόγια

**Στο να μάθουμε πως να διοικούμε επιχειρήσεις οργανισμούς
ΛΥΝΟΝΤΑΣ με αποτελεσματικό, αποδοτικό τρόπο τα
προβλήματα τους**

ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ

- “Want Less-Biased Decisions? Use Algorithms.”, Harvard Business Review, 7/26/2018
- “Organizations are increasingly favoring algorithms in an effort to make organizational decision making and judgment more rigorous” Harvard Business Review (2016)
- Μια πρόσφατη έρευνα της Accenture σε 254 managers μεγάλων εταιρειών στις ΗΠΑ ανέδειξε ότι το 60% των διοικητικών αποφάσεων που πάρθηκαν βασίστηκαν στη χρήση υπολογιστικών μεθόδων.

ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ

- Μια άλλη έρευνα καθηγητών γνωστών πανεπιστημίων των ΗΠΑ που αφορούσε συνεντεύξεις ανώτατων στελεχών 16 μεγάλων επιχειρήσεων δημοσιοποίησε την ομόφωνη παραδοχή τους σχετικά με την μεγάλη και αυξανόμενη σημασία που έχει η χρήση των υπολογιστικών μεθόδων στη λήψη διοικητικών αποφάσεων
- Η IBM αναδιοργάνωσε πρόσφατα τις συμβουλευτικές επιχειρηματικές δραστηριότητες της, προωθώντας ένα νέο οργανισμό 4000 εργαζομένων που έχει ως στόχο την εφαρμογή υπολογιστικών μεθόδων στη λήψη διοικητικών αποφάσεων

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΕΣ ΑΠΟΦΑΣΕΙΣ ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ

Επιχειρησιακές Αποφάσεις: Αποφάσεις που επηρεάζουν τη καθημερινή δραστηριότητα μιας επιχείρησης ή ενός οργανισμού

Χαρακτηριστικά Επιχειρησιακών (Tactical) Αποφάσεων:

Έχουν βραχυπρόθεσμο ορίζοντα
(χρειάζονται να λαμβάνονται σε καθημερινή βάση)

Παραδείγματα Επιχειρησιακών Αποφάσεων:

- Αποφάσεις δρομολόγησης στόλου οχημάτων
- Διαχείριση και Προγραμματισμός Ανθρώπινου Δυναμικού
- Διαχείριση Ουρών Αναμονής

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ ΑΠΟΦΑΣΕΙΣ ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ

Στρατηγικές Αποφάσεις: Αποφάσεις που έχουν μεγάλη επίδραση στη γενικότερη πορεία και κατεύθυνση μιας επιχείρησης ή ενός οργανισμού

Χαρακτηριστικά Στρατηγικών (Strategic) Αποφάσεων:

- Έχουν μακροπρόθεσμο ορίζοντα.

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ ΑΠΟΦΑΣΕΙΣ ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ

Παραδείγματα Στρατηγικών Αποφάσεων:

- Αποφάσεις χωροθέτησης εγκαταστάσεων (αποθηκών, σημείων πώλησης)
- Αποφάσεις ανάθεσης προμηθευτών σε εργοστάσια, εργοστασίων σε κέντρα διανομής, κέντρων διανομής σε πελάτες
- Αποφάσεις διάταξης χώρων (layout) σε εγκαταστάσεις
- Αποφάσεις καθορισμού στόλου οχημάτων: ιδιόκτητος ή μη

ΚΟΙΝΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗΣ ΒΕΛΤΙΣΤΠΟΙΗΣΗΣ

ΌΛΑ ΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΧΟΥΝ
ΕΝΑ ΚΟΙΝΟ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟ:
**Η «ΜΟΡΦΗ ΤΗΣ ΛΥΣΗΣ» ΤΟΥΣ ΠΑΡΟΥΣΙΑΖΕΙ
ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ ΔΟΜΗ**

- **Μορφή Λύσης**
 - Τι πρέπει να καθοριστεί για να είναι εφικτός ο υπολογισμός του κόστους ή του οφέλους οποιασδήποτε συγκεκριμένης λύσης του υπό εξέταση προβλήματος
 - Τι πρέπει να καθοριστεί ώστε το πρόβλημα να θεωρηθεί πλήρως λυμένο
- **Συνδυαστική Δομή**
 - Τα στοιχεία που συνθέτουν τη *μορφή της λύσης* μπορούν να συνδυαστούν μεταξύ τους με διαφορετικούς τρόπους, παράγοντας και διαφορετικές λύσεις του ίδιου προβλήματος

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΤΙ ΣΗΜΑΙΝΕΙ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΛΥΣΗ;

- Έστω ότι σχεδιάζετε με τους φίλους σας ένα ταξίδι στην Ευρώπη και θέλετε να πάτε σε 15 μεγάλες πόλεις (συμπεριλαμβανομένης της Αθήνας), ξεκινώντας και επιστρέφοντας στην Αθήνα.
- Κάθε μία από τις πόλεις (εκτός της Αθήνας), το όχημα με το οποίο θα ταξιδεύετε θα τις επισκεφτεί μία μόνο φορά.
- Γνωρίζετε οποιαδήποτε απόσταση (εκφρασμένη σε χρόνο ή μέτρα) από οποιοδήποτε γεωγραφικό σημείο του οδικού δικτύου σε οποιαδήποτε γεωγραφικό σημείο εντός του οδικού δικτύου της Ευρώπης (Google Maps)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΤΙ ΣΗΜΑΙΝΕΙ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΛΥΣΗ;

Τα ερωτήματα που πρέπει να απαντηθούν είναι τα ακόλουθα:

- Πόσες λύσεις πρέπει να εξεταστούν για να βρεθεί η βέλτιστη λύση στο συγκεκριμένο πρόβλημα;
- Υποθέτουμε ότι χρησιμοποιείς ένα PC που εξετάζει 1 εκατομμύριο λύσεις ανά δευτερόλεπτο.
- Πόσο χρόνο χρειάζεται το συγκεκριμένο PC για να βρει τη βέλτιστη λύση του προβλήματος;

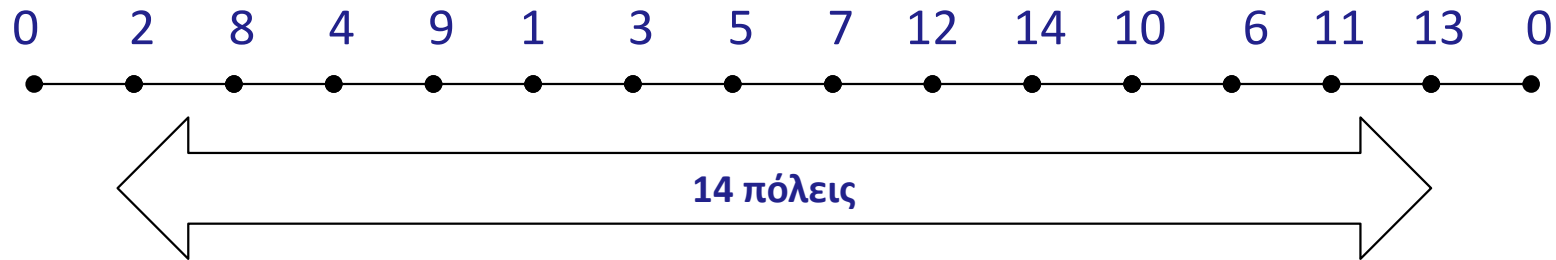
ΕΙΝΑΙ ΕΦΙΚΤΗ Η ΕΥΡΕΣΗ ΤΗΣ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΛΥΣΗΣ ΕΝΤΟΣ ΑΠΟΔΕΚΤΩΝ ΧΡΟΝΙΚΩΝ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΩΝ;

- Εκτίμηση υπολογιστικού χρόνου από έναν brute force αλγόριθμο
- $(15 - 1)! = 14! = 8.8 \cdot 10^{10} = 88$ δισεκατομμύρια λύσεις περίπου

$$\frac{8.8 \cdot 10^{10} \text{ διαδρομες}}{10^6 \text{ διαδρομες/sec}} = 8.8 \cdot 10^4 \text{ sec} \Rightarrow \frac{8.8 \cdot 10^4 \text{ sec}}{3600 \text{ sec/hr}} = 24.44 \text{ hr}$$

- Βέλτιστη Λύση:
 - Brute Force: Τεράστιοι υπολογιστικοί χρόνοι
 - State-of-The Art Integer Programming methods: Δυσκολία Υλοποίησης, Ευαισθησία σε Επιχειρησιακές αλλαγές
- Στην πράξη ενδιαφερόμαστε για μία πολύ καλής ποιότητας λύση η οποία να υπολογίζεται εντός περιορισμένων χρονικών διαστημάτων:
 - Υπολογιστικές Μεθοδολογίες Βελτιστοποίησης
 - Απλούστερες Υπολογιστικές Μεθοδολογίες: Πλεονεκτικές Στρατηγικές Επίλυσης (ΠΣΕ) - (Greedy Optimization Methods)

ΕΙΝΑΙ ΕΦΙΚΤΗ Η ΕΥΡΕΣΗ ΤΗΣ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΛΥΣΗΣ ΕΝΤΟΣ ΑΠΟΔΕΚΤΩΝ ΧΡΟΝΙΚΩΝ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΩΝ;



Δύο από τις $8.8 \cdot 10^{10}$ εφικτές λύσεις (διαδρομές)
του προβλήματος

ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΩΝ ΠΣΕ

- Μία ΠΣΕ αποτελεί μια επαναληπτική διαδικασία (αλγόριθμο) μέσω της οποίας κατασκευάζεται σταδιακά η λύση του υπό εξέταση προβλήματος
- Αρχικά η λύση S είναι κενή (δεν περιέχει κανένα στοιχείο)
- Μια ΠΣΕ κατασκευάζει μια λύση, προσθέτοντας επαναληπτικά ένα «στοιχείο της λύσης» στη μερική λύση S του υπό εξέταση προβλήματος, μέχρι να σχηματιστεί η ολοκληρωμένη λύση του υπό εξέταση προβλήματος
- Τα «στοιχεία της λύσης» επιλέγονται βάσει των παρακάτω κριτηρίων
 - ΕΦΙΚΤΟΤΗΤΑ
να ικανοποιούν όλους τους περιορισμούς του προβλήματος (problem constraints), δηλαδή οδηγούν σε εφικτές (feasible) λύσεις
 - ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ
να προκαλούν το μεγαλύτερο πρόσθετο όφελος ή το ελάχιστο πρόσθετο κόστος στην ημιτελή λύση

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΜΙΑΣ ΛΥΣΗΣ ΠΡΟΣΘΕΤΟΝΤΑΣ ΈΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΟ (ΣΗΜΕΙΟ) ΤΗΣ ΛΥΣΗΣ ΣΕ ΚΑΘΕ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

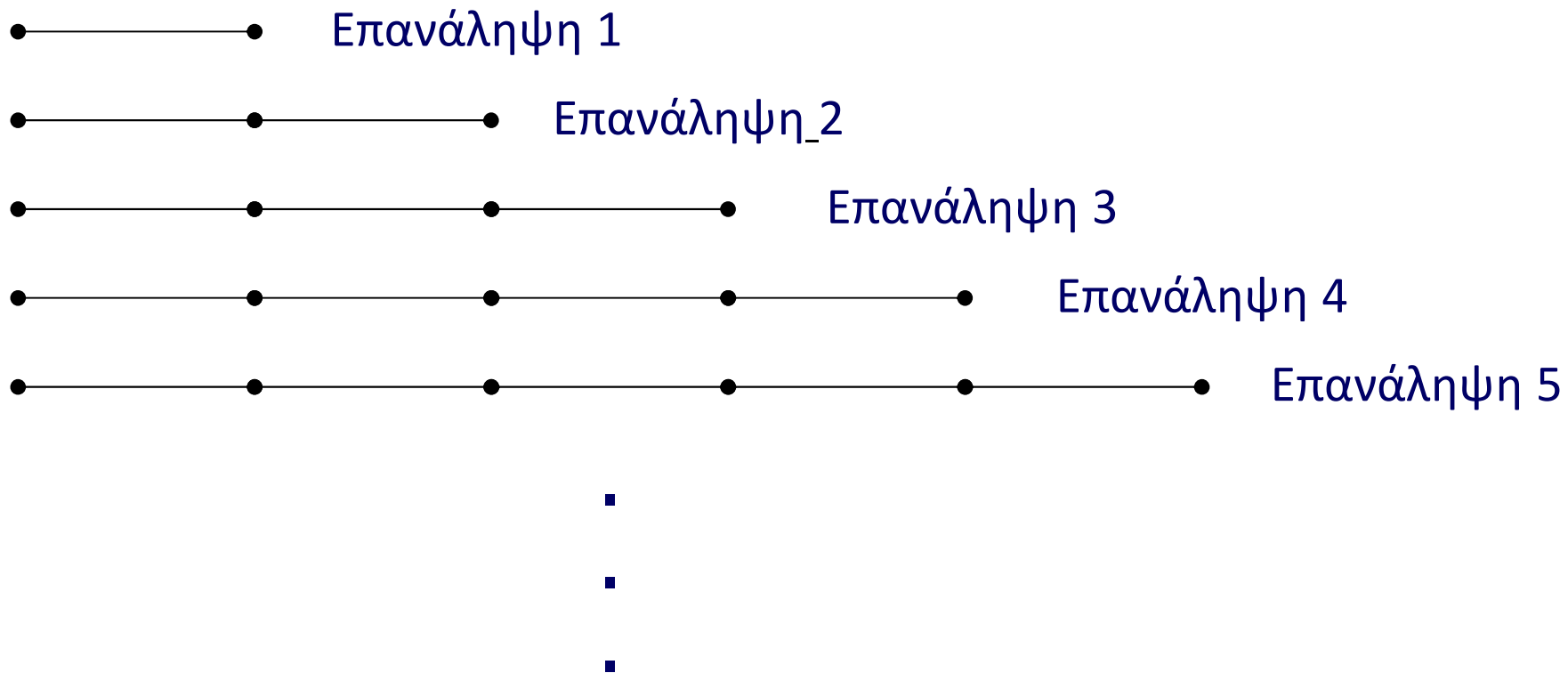
- Επανάληψη 1
- ● Επανάληψη 2
- ● ● Επανάληψη 3
- ● ● ● Επανάληψη 4
- ● ● ● ● Επανάληψη 5

Με βάση το πρόβλημα που περιγράφεται στη διαφάνεια 11

Μορφή Λύσης:
Μία διάταξη 15 σημείων

Στοιχείο Λύσης: ένα σημείο (κεντρικό κτήριο ή πολίτης)

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΜΙΑΣ ΛΥΣΗΣ ΠΡΟΣΘΕΤΟΝΤΑΣ ΈΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΟ (ΣΥΝΔΕΣΗ) ΤΗΣ ΛΥΣΗΣ ΣΕ ΚΑΘΕ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ



Με βάση το πρόβλημα που περιγράφεται στη διαφάνεια 11

Μορφή Λύσης:
Μία διάταξη 16 σημείων

Στοιχείο Λύσης:
μια σύνδεση δύο σημείων

ΔΟΜΗ μιας ΠΣΕ

Για την εφαρμογή μίας πλεονεκτικής στρατηγικής επίλυσης ενός προβλήματος Χρειάζεται να καθοριστούν τα παρακάτω:

Επίπεδο Προβλήματος

- Η Μορφής της Λύσης του εξεταζόμενου προβλήματος
- Η Αντικειμενική Συνάρτηση του εξεταζόμενου προβλήματος

Επίπεδο Μεθοδολογίας

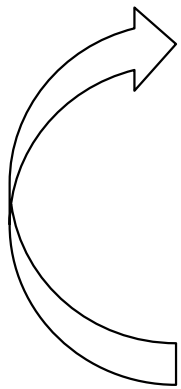
- Στοιχείο Λύσης: Το βασικό στοιχείο-μέρος της λύσης που θα προστίθεται επαναληπτικά στη μερική λύση
- Κριτήριο Επιλογής: Το κριτήριο βάσει του οποίου επιλέγεται το στοιχείο της λύσης που προστίθεται κάθε φορά στη μερική λύση

ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΩΝ ΠΣΕ

- Σε αντίθεση με τις κλασικές μαθηματικές τεχνικές της Επιχειρησιακής Έρευνας (π.χ. ακέραιος και γραμμικός προγραμματισμός) οι οποίες αδυνατούν να επιλύσουν τα ρεαλιστικά (δηλαδή τα μεσαίου και μεγάλου μεγέθους) προβλήματα λόγω του τεράστιου αριθμού λύσεων που χρειάζεται να εξεταστούν για την εύρεση της βέλτιστης λύσης, κάθε μία ΠΣΕ έχει τη δυνατότητα να κατασκευάζει **ΜΙΑ** υψηλής ποιότητας λύση του υπό εξέταση προβλήματος εντός ελάχιστων δευτερολέπτων.
- Η ΠΣΕ επιδιώκει δηλαδή τη βελτιστοποίηση του τρόπου κατασκευής αυτής της μοναδικής λύσης και όχι την παραγωγή πολλών λύσεων. Αποτέλεσμα αυτής της λογικής είναι η ΠΣΕ να επιλύει ακόμα και τα τεράστιου μεγέθους προβλήματα σε μόλις λίγα δευτερόλεπτα.

ΔΟΜΗ μιας ΠΣΕ

Γενική Δομή μίας ΠΣΕ



while (solution S is not complete)

Βρες το στοιχείο της λύσης s που να ικανοποιεί
το επιλεγμένο κριτήριο επιλογής

Πρόσθεσε στην ημιτελή λύση S το επιλεγμένο
στοιχείο s

Υπολόγισε την αντικειμενική συνάρτηση (ποιότητα) της
τελικής λύσης ($z(S)$)

ΤΙ ΘΑ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΚΑΤΑΝΟΗΣΟΥΜΕ

- Η ΠΣΕ λύνει προβλήματα των οποίων η λύση έχει συνδυαστική μορφή
- Η ΠΣΕ είναι μια επαναληπτική διαδικασία αυστηρά καθορισμένων βημάτων
- Η ΠΣΕ κατασκευάζει σταδιακά μια λύση του υπό εξέταση προβλήματος.
- Η ΠΣΕ επιδιώκει την κατασκευή μίας καλής λύσης (όχι απαραίτητα της βέλτιστης)
- Η ΠΣΕ επιλύει ακόμα και τα τεράστιου μεγέθους προβλήματα σε μόλις λίγα δευτερόλεπτα.

ΣΗΜΑΣΙΑ του ΚΡΙΤΗΡΙΟΥ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

- Τα «στοιχεία της λύσης» που επιλέγονται να προστεθούν σε κάθε επανάληψη στην ημιτελή λύση θα πρέπει ταυτόχρονα
 - να ικανοποιούν τους περιορισμούς του προβλήματος
 - να προκαλούν το μεγαλύτερο πρόσθετο όφελος ή το ελάχιστο πρόσθετο κόστος στην ημιτελή λύση.
- Όσο αποτελεσματικότερο είναι το *κριτήριο επιλογής* τόσο ποιοτικότερη είναι η λύση που θα κατασκευαστεί στον τερματισμό μιας ΠΣΕ
- Άρα, αν το *κριτήριο επιλογής* δεν είναι επιτυχημένα ορισμένο τότε και το στοιχείο της λύσης που θα επιλέγεται σε κάθε επανάληψη μιας ΠΣΕ δεν θα αποτελεί καλή επιλογή στη διαδικασία κατασκευής της λύσης.
- Το «κριτήριο επιλογής» αποτελεί το συστατικό μιας ΠΣΕ που επιχειρεί να βελτιστοποιήσει τον αντικειμενικό στόχο του προβλήματος.

ΠΟΙΟΤΗΤΑ ΛΥΣΗΣ – ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

- Αξιολόγηση της ποιότητας της τελικής λύσης:
Αντικειμενική Συνάρτηση
 - Το συνολικό κόστος ή ποιότητα της ολοκληρωμένης λύσης
 - Είναι μία $z: S^* \rightarrow \mathbb{R}$, με S^* : το σύνολο όλων των εφικτών λύσεων για το υπό εξέταση πρόβλημα
 - Αν το πρόβλημα στοχεύει στην ελαχιστοποίηση των χιλιομέτρων:
$$z(S) = 311 \text{ km}$$
 - Αν το πρόβλημα στοχεύει στην ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου:
$$z(S) = 132 \text{ hr}$$
 - Σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης μία λύση S_1 είναι καλύτερη από μία λύση s_2 , όταν $z(S_1) < z(S_2)$
 - Επομένως το κριτήριο επιλογής πρέπει να είναι συμβατό με το στόχο που θέτει η αντικειμενική συνάρτηση

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

- Είναι επτά το πρωί και η ΕΥΔΑΠ έχει λάβει 14 κλήσεις για επισκευές στην ευρύτερη περιοχή της Αθήνας. Ξεκινά λοιπόν το υπηρεσιακό όχημα από το κεντρικό κτήριο της ΕΥΔΑΠ και αφού εξυπηρετήσει τους 14 πολίτες επιστρέφει στο κεντρικό κτήριο της ΕΥΔΑΠ από όπου ξεκίνησε

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

- Στόχος της διοίκησης της εταιρείας είναι (από τη στιγμή που δεν είναι δυνατό εκ των προτέρων να καθοριστεί ο χρόνος εξυπηρέτησης του κάθε πολίτη) η δρομολόγηση του υπηρεσιακού οχήματος να γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να ελαχιστοποιείται ο συνολικός χρόνος που θα διανύσει το υπηρεσιακό όχημα.
- Με την ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου, η διοίκηση θα πετύχει
 - να εξυπηρετήσει όλους τους πολίτες
 - Οι υπάλληλοι να είναι διαθέσιμοι πάλι στο κεντρικό κτήριο της εταιρείας το συντομότερο δυνατό

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

- Πως θα άλλαζε η επιλογή της αντικειμενικής συνάρτησης αν είχαμε δεδομένα κατηγοριοποίησης της κρισιμότητας κάθε βλάβης από το τηλεφωνικό κέντρο;
- Π.χ. έστω τρία επίπεδα κρισιμότητας 1, 2, 3
- Πελάτες: 1, 4, 10 Επίπεδο Κρισιμότητας 1
- Πελάτες: 2, 3, 5, 11 Επίπεδο Κρισιμότητας 2
- Πελάτες: 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14 Επίπεδο Κρισιμότητας 3

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

Έστω $t_1(S)$: Ο χρόνος εξυπηρέτησης του Πελάτη σε επίπεδο κρισιμότητας 1, ο οποίος θα εξυπηρετηθεί τελευταίος σε μία λύση S

Έστω $t_2(S)$: Ο χρόνος εξυπηρέτησης του Πελάτη σε επίπεδο κρισιμότητας 2, ο οποίος θα εξυπηρετηθεί τελευταίος σε μία λύση S

Έστω $t_3(S)$: Ο χρόνος εξυπηρέτησης του Πελάτη σε επίπεδο κρισιμότητας 3, ο οποίος θα εξυπηρετηθεί τελευταίος σε μία λύση S

Έστω επίσης τρεις θετικές τιμές για τις οποίες ισχύει: $M_1 \gg M_2 \gg M_3$

Αντικειμενική Συνάρτηση για το πρόβλημα:

$$z(S) = M_1 \cdot t_1(S) + M_2 \cdot t_2(S) + M_3 \cdot t_3(S)$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

- Π.χ. έστω τρία επίπεδα κρισιμότητας 1, 2, 3
- Πελάτες: 1, 4, 10 Επίπεδο Κρισιμότητας 1
- Πελάτες: 2, 3, 5, 11 Επίπεδο Κρισιμότητας 2
- Πελάτες: 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14 Επίπεδο Κρισιμότητας 3

Έστω $t_1(S)$: Ο χρόνος εξυπηρέτησης του Πελάτη σε επίπεδο κρισιμότητας 1, ο οποίος θα εξυπηρετηθεί τελευταίος σε μία λύση S

Έστω $t_2(S)$: Ο χρόνος εξυπηρέτησης του Πελάτη σε επίπεδο κρισιμότητας 2, ο οποίος θα εξυπηρετηθεί τελευταίος σε μία λύση S

Έστω $t_3(S)$: Ο χρόνος εξυπηρέτησης του Πελάτη σε επίπεδο κρισιμότητας 3, ο οποίος θα εξυπηρετηθεί τελευταίος σε μία λύση S

Έστω επίσης τρεις θετικές τιμές για τις οποίες ισχύει: $M_1 \gg M_2 \gg M_3$

Αντικειμενική Συνάρτηση για το πρόβλημα:

$$z(S) = M_1 \cdot t_1(S) + M_2 \cdot t_2(S) + M_3 \cdot t_3(S)$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

- Η αντικειμενική συνάρτηση αυτή θα ευνοούσε (προτιμούσε) λύσεις οι οποίες εξυπηρετούν πρώτα τους Πελάτες Κρισιμότητας 1
- Κατόπιν τους πελάτες κρισιμότητας 2
- Κατόπιν τους πελάτες κρισιμότητας 3
- Παράλληλα και ιεραρχικά αφού έχει ικανοποιήσει τους παραπάνω στόχους, σε κάθε τμήμα (κοινής κρισιμότητας) της συνολικής διαδρομής θα ευνοούσε λύσεις οι οποίες μειώνουν τα συνολικά χιλιόμετρα

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΠΙΛΟΓΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

- Θα μπορούσαμε επίσης να μην τροποποιήσουμε την αντικειμενική συνάρτηση και να ικανοποιήσουμε τους περιορισμούς στα επίπεδα προτεραιότητας
- Αντικειμενική Συνάρτηση: Ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου
- Τροποποίηση των Δεδομένων του Προβλήματος:
Πίνακας Χρόνων
- Ιδέες?

Τροποποίηση των δεδομένων του προβλήματος

- Δεν θέλουμε να ταξιδέψουμε κανένα τόξο με τα παρακάτω χαρακτηριστικά
 - $PL3 \rightarrow PL1$
 - $PL3 \rightarrow PL2$
 - $PL2 \rightarrow PL1$
- Επομένως, για κάθε τόξο: $c'_{i,j} \leftarrow M$
όπου M μία πολύ μεγάλη θετική σταθερά
- Με τον τρόπο αυτό, στη βέλτιστη λύση δε θα παρατηρηθούν τα τόξα τα οποία έχουν ποινικοποιηθεί (penalized)
- Επομένως θα ικανοποιηθούν με τη σειρά:
 - Πελάτες με $PL1$
 - Πελάτες με $PL2$
 - Πελάτες με $PL3$

ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΩΝ ΠΣΕ

Τα προηγούμενα σχόλια αναφέρονται σε μία brute-force λογική επίλυσης του προβλήματος
Μετά από 70 χρόνια έρευνας Υπολογιστικών
Μεθόδων & Μαθηματικών:

Given a collection of points, the TSP asks for the shortest route to visit them all. Simple enough. But even a whisper of the problem strikes fear in the heart of the computing world. Last year, a Washington Post article reported it would take "1,000 years to compute the most efficient route between 22 cities." This claim, however, ignores 70 years of intense study in the OR community. A 22-city TSP can be handled in a snap with modern algorithms, even on an iPhone. Going larger, we describe techniques that have been used to solve to precise optimality examples with nearly 50,000 points and Google Map walking distances. And if you need to visit the nearest 2,079,471 stars, there is a route, ready to go, that is guaranteed to be no more than 1.00002 times longer than a shortest possible tour.

ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ

- Κύριες κατηγορίες προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης
 - Διάταξης (Ordering)
 - Αντιστοίχισης (Assignment)
 - Επιλογής (Selection)

ενός διακριτού και πεπερασμένου συνόλου στοιχείων που αποτελούν τη μορφή της λύσης ενός προβλήματος.

- Ο προσδιορισμός «Συνδυαστική» στον όρο «Βελτιστοποίηση» προκύπτει από το γεγονός πως τις περισσότερες φορές ή δομή (μορφή) των λύσεων μπορεί να μεταφραστεί σε έννοιες της Συνδυαστικής Ανάλυσης (Διατάξεις, Συνδυασμοί, κτλ.)